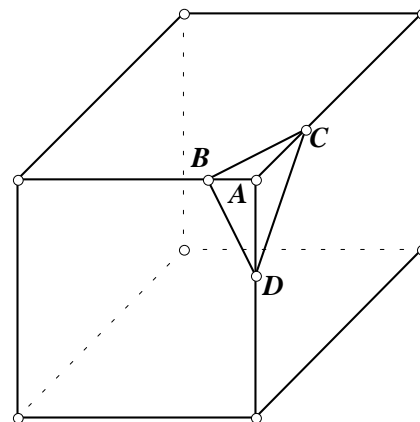


## TRML 團體賽-2003

1. 設正整數  $a$  與 18 的最小公倍數與最大公因數之差為 120, 試求  $a$ .

2. 試求滿足  $2 < \log_n 729 \leq 3$  的所有正整數  $n$  的和.

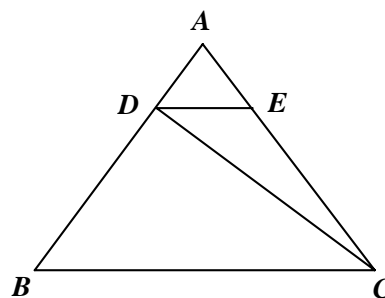
3. 有一邊長為 10 的正立方體, 今鋸掉一個角(四面體  $ABCD$ )得到一個七面體, 其中  $\overline{AB} = 3$ ,  $\overline{AC} = \overline{AD} = 4$ . 試求這個七面體的表面積.



4. 設函數  $f$  滿足: 對所有的實數  $x \neq 0$  恆有  $2f(x) + 5f\left(\frac{1}{x}\right) = x$ . 試求  $f(x)$ .

5. 如圖,  $\triangle ABC$  中  $\overline{AB} = \overline{AC}$ ,  $\overline{CD} \perp \overline{AB}$ ,  $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ . 若

$\overline{BD} = 3$ ,  $\overline{BC} = 5$ , 試求  $\triangle ADE$  的面積.



6. 從各位數和等於 43 的五位數中隨機選出一個數, 這個數恰為 11 倍數的機率是多少?

7. 試將 1, 2, 3, ..., 16 這 16 個數排成一列, 使得相鄰的兩數之和都是完全平方數, 且首項大於末項.

8. 考慮周長為 8 公分的所有長方形  $ABCD$ . 設通過  $A, B$  兩點且與  $\overline{CD}$  相切之圓的半徑為  $r$ . 試求  $r$  的最小值.

9. 設整數  $x, y, z$  滿足  $x^3 + y^3 + z^3 = x + y + z = 3$ , 試求  $|x| + |y| + |z|$  的最大值.

10. 設實數列  $a_1, a_2, \dots, a_{13}$  滿足  $a_1 + a_2 + \dots + a_{13} = -2\sqrt{2}$ , 且  $-\frac{1}{\sqrt{2}} \leq a_k \leq \sqrt{2}$ ,  $k = 1, 2, 3, \dots, 13$ .

試求  $a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_{13}^2$  的最大值.

### 參考解答

1.  $a = 42$

2. 315

3.  $580 + 2\sqrt{34}$

4.  $f(x) = \frac{5}{21x} - \frac{2x}{21} = \frac{5 - 2x^2}{21x}$

5.  $\frac{49}{75}$

6.  $\frac{1}{5}$

7. 16, 9, 7, 2, 14, 11, 5, 4, 12, 13, 3, 6, 10, 15, 1, 8

8.  $\sqrt{5} - 1$

9. 13

10. 11